

La lógica difusa en la evaluación de resultados de aprendizaje en los cursos de la Licenciatura en Matemáticas de la UNAD



The fuzzy logic in the assessment of learning outcomes in the bachelor of mathematical classes at UNAD

Autores:

Ricardo Gómez Narváez¹⁵

Henry Hurtado Bolaños¹⁶

Recibido Primer semestre 2023

Publicado Segundo semestre 2023

DOI:

Resumen

Se estudió la lógica difusa como una alternativa para la toma de decisiones en la evaluación de resultados de aprendizaje en los cursos de la Licenciatura en Matemáticas. Como método se realizó una revisión bibliográfica sobre el significado e importancia de los resultados de aprendizaje, se desarrolló un ejercicio de lógica difusa para la evaluación de resultados de aprendizaje en los cursos de la Licenciatura en Matemáticas de la UNAD. Entre los resultados cabe mencionar que se mostraron los hallazgos de la evaluación de resultados de aprendizaje en los cursos de la Licenciatura en Matemáticas bajo la lógica difusa. Como conclusiones se encontró que la lógica difusa resuelve el problema de las interpretaciones semánticas en los logros de resultados como alto, medio o bajo.

Palabras clave: mejoramiento, bienestar, desarrollo, lógica.

Abstract

Fuzzy logic was studied as an alternative for decision-making in evaluating learning outcomes in Bachelor of Mathematics classes. As a method, a literature review was carried out on the meaning and importance of learning outcomes. Among the results, it is worth mentioning the findings of the evaluation of learning outcomes in the courses of the Bachelor of Mathematics under fuzzy logic. As conclusions, it was found that fuzzy logic solves the problem of semantic interpretations in learning outcomes such as high, medium or low.

¹⁵ Matemático – Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5545-3870> E-mail institucional: ricardo.gomez@unad.edu.co

¹⁶ Licenciado en Matemáticas - Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7899-6771> E-mail institucional: Henry.hurtado@unad.edu.co

ning outcomes. A fuzzy logic exercise was conducted to evaluate the learning outcomes in courses of the Bachelor of Mathematics of National Open and Distance University (UNAD for its Spanish acronym). Among the results, it is worth mentioning that the findings of the evaluation of learning outcomes in the Bachelor of Mathematics classes were shown under fuzzy logic. In conclusion, it was found that fuzzy logic solves the problem of semantic interpretations in achieving results such as high, medium, or low.

Introducción

El objeto de la ciencia es la producción de leyes, y una ley es una proposición de orden general, por ejemplo: todos los cuerpos caen, todo cuerpo en movimiento tiende a seguir en movimiento, todo cuerpo en reposo tiende a seguir en reposo; las anteriores son leyes de Newton y lógicas proposiciones (estas leyes Newtonianas son leyes o proposiciones), es decir, enunciados que se consideran ciertos o falsos. La lógica proposicional ofrece solo dos alternativas al decisor, o verdadero o falso, o encendido o apagado, o arriba o abajo, o derecha o izquierda. Y generalmente la matemática se basa en la lógica proposicional como la inferencia bayesiana, o el álgebra booleana.

La lógica difusa es una disciplina matemática que usa expresiones que no son ni completamente ciertas ni totalmente falsas, por lo que se entiende por lógica difusa a un conjunto de posibles alternativas comprendidas entre 0 y 1; y además es útil para un desarrollo más avanzado en la toma de decisiones.

Son ejemplos de lógica difusa, la noción de probabilidad, una probabilidad que tiende a cero significa mayor incertidumbre, una probabilidad que se acerque a uno significa mayor certeza. El coeficiente de variación de una distribución de probabilidad de datos, si se aproxima a cero se trata de una distribución homogénea de datos, si se aproxima a uno, se dice de una distribución heterogénea de datos, el coeficiente de variación es la relación entre la desviación típica y la media, es un valor comprendido entre 0 y 1. El coeficiente de correlación indica la clase de asociación que se presenta entre dos variables cuantitativas, una asociación negativa es un valor comprendido entre 0 y -1, una asociación positiva es un valor comprendido entre 0 y 1, un valor de cero en la asociación entre las variables indica que no hay correlación entre las variables. La lógica difusa ofrece un amplio espectro de posibilidades de decisión mucho más allá del modelo binario de la lógica proposicional. Se presenta una aplicación de la lógica difusa en la evaluación de resultados de aprendizaje en la Licenciatura en Matemáticas.

Marco teórico

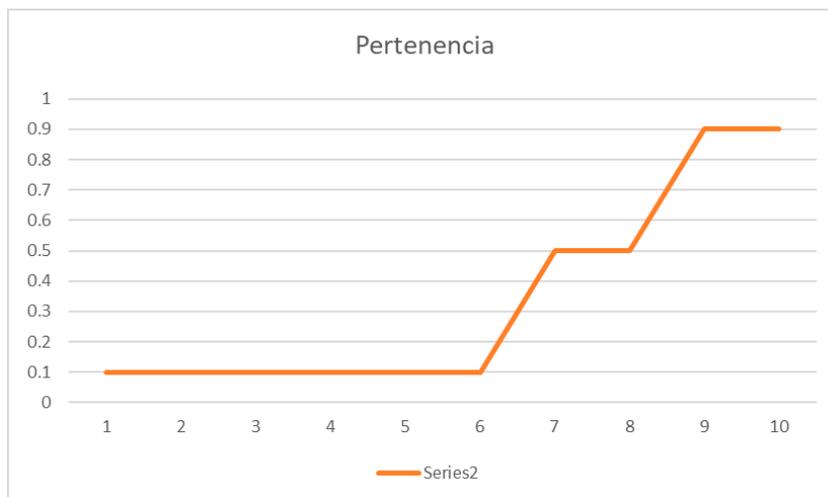
La lógica difusa es un modelo de decisiones para situaciones de incertidumbre, información parcial, dudosa, incompleta, con sesgos, como plantea Lobo (2017), referenciando a Aristóteles: “hay afirmaciones que no son completamente ciertas, ni completamente falsas”. La incertidumbre se manifiesta en la subjetividad de las proposiciones, los hispanoamericanos son audaces, los germanos son metódicos, los católicos se centran en el pobre y el necesitado, son proposiciones que pueden ser verdaderas o falsas, o medianamente verdaderas o falsas, o más verdaderas que falsas o más falsas que verdaderas dependiendo de determinado punto de contrastación.

Los orígenes de la lógica difusa se extienden a los conjuntos sin límites, definido por Lofti Zadeh natural de la antigua República Soviética de Azerbaiyán que permitían diversas formas de pertenencia entre los elementos y los conjuntos. La lógica clásica diría que $R = \{x \text{ tal que } x \in \mathbb{R}, -\infty < x < \infty\}$, no obstante, en este conjunto R también se encuentran contenidos los números naturales, $N = \{x \text{ tal que } x \in \mathbb{N}, x > 0\}$ o los racionales $Q = \{x \text{ tal que } x \in \mathbb{Q}, -\infty < x < \infty \text{ de la forma } p/q, q \neq 0\}$.

La lógica clásica determinaría que una persona pertenece al conjunto de las personas altas en el contexto hispanoamericano, sí y solo sí, su altura está por encima de 1,80 m. La lógica difusa plantearía el grado de pertenencia de un elemento al conjunto de personas altas con base en una escala que relacione la altura en centímetros en el eje de las abscisas y el grado de pertenencia, un valor entre 0 y 1 en el eje de las ordenadas, así:

Altura	Pertenencia
1	0.1
1.1	0.1
1.2	0.1
1.3	0.1
1.4	0.1
1.5	0.1
1.6	0.5
1.7	0.5
1.8	0.9
1.9	0.9

Y gráficamente es una función de la forma:



En los instrumentos de recolección de datos, encuestas, que utilizan como opción de respuesta la dicotomía (sí / no) corresponde a la lógica proposicional o clásica, las escalas de la clase Lyker se relacionan con la lógica difusa.

La lógica difusa no es una negación de la lógica clásica, es un desarrollo más amplio que incluye más elementos de incertidumbre que la lógica proposicional pasa por alto y mayores criterios de pertenencia.

En la lógica clásica, el criterio de pertenencia de un elemento a un conjunto se define como:

Si U es un conjunto finito, $\forall x \in U, f(x) = 1$ de lo contrario $f(x) = 0$

En la lógica difusa se define como: si U es un conjunto finito, $\forall x \in U, f(x) = [0 - 1]$

En la primera definición, el elemento x pertenece, 1, o no pertenece, 0, al conjunto. Hay dos y solo dos posibilidades de pertenencia de un elemento al conjunto U . En la segunda definición, la pertenencia es un grado entre 0 y 1, si tiende a 1, la pertenencia es mayor, si tiende a 0, la pertenencia es menor. Si el grado es 1 significa que el elemento pertenece absolutamente al conjunto U . Si el grado es 0, el elemento no pertenece al conjunto U .

En el artículo de Alfaro-Carvajal et al., (2022), se deduce que la lógica clásica se relaciona con el análisis bivariado de la estadística inferencial mientras que la lógica difusa contempla el análisis multivariado de los datos, incluye interacciones, interdependencias de causalidad, relaciones de causas y efectos, correlaciones multivariadas, minimizando los errores en la modelación de los datos y permitiendo mejores incidencias. El álgebra matricial permite el análisis de la lógica difusa, puesto que permite diversas operaciones con los datos organizados en formas de matrices con n dimensiones y n combinatorias posibles.

Según Rodríguez (2017), la lógica difusa imita el funcionamiento de las redes neuronales, que realizan múltiples interconexiones entre las neuronas, y tiene una importante aplicación en el control por lógica difusa. Para este autor trabaja en procesos no lineales, supera al control digital con valores 0 o 1, la lógica difusa trabaja con reglas que se han desarrollado en las algoritmias como los bucles que se repiten hasta que se cumpla determinada condición.

La lógica difusa es una alternativa a las soluciones convencionales (Zhang, 2023) y el término difuso se extiende a números difusos, matemática difusa o álgebra lineal difusa como lo plantea Osorio (2011).

Se entiende por resultados de aprendizaje el conjunto de expectativas de aprendizaje logrados por un estudiante o grupo de estudiantes en una asignatura determinada. La situación ideal, ya que al calcular la diferencia entre resultados de aprendizaje logrados y esperados la diferencia sea de cero. No obstante, el logro de los resultados de aprendizaje dependen de diferentes factores, algunos intrínsecos a los estudiantes, otros extrínsecos, Capellán (2022) encontró que los estudiantes más jóvenes de algún grado del bachillerato en la República Dominicana obtienen menores logros cuando comparten aulas multigrado, grupos más pequeños obtienen mejores resultados que grupos más grandes, el punto óptimo en el tamaño de un grupo para lograr adecuados resultados de aprendizaje es entre 21 y 24 estudiantes. Con respecto a los resultados de aprendizaje bajo la virtualidad en la secundaria, Becerra et al., (2022) plantean que estos resultados pueden verse afectados por las dificultades de accesibilidad, limitaciones del Internet, el diseño de las evaluaciones en el campus, la realimentación es más rápida y precisa, pero la redacción y la coherencia de las ideas escritas tiende a ser baja.

Ipushima-Ochavano et al. (2022), mostraron cómo el uso de la tecnología y de aplicaciones facilita el logro de resultados de aprendizaje en ambientes virtuales, las numerosas aplicaciones permiten que el estudiante evalúe en línea su aprendizaje, a su vez, el profesor es evaluado permanentemente por los estudiantes que usan las aplicaciones y pueden determinar si el profesor ha realizado correctamente los ejercicios.



Resultados

La metodología QFD trabajada por Osorio (2011) es útil para desarrollar procesos de toma de decisiones con criterios múltiples. Los pasos son:

Definir las variables internas, tipo que, determinar la relevancia o valor de los que, definir las variables externas o variables cómo, construir la matriz de relaciones, construir la matriz de correlación de los cómo y fijar el peso de los cómo.

Se define la matriz de criterios de evaluación para los resultados de aprendizaje, así:

Matriz criterios de evaluación:

Criterios de evaluación	Valor difuso triangular
Muy alto (MA)	8, 9, 10
Alto (A)	6, 7, 8
Medio (M)	5,6,7
Bajo (B)	3,4,5
Muy bajo (MB)	1,2,3

Determinación del peso de los qué es:

Se denomina q al número de qué es, y n el número de evaluadores para cada resultado de aprendizaje definido para los estudiantes del programa. P es el peso de cada elemento. Los resultados de aprendizaje son tres: comprensión del ejercicio por parte del estudiante, conocimiento matemático para resolver el problema y aptitud matemática de la solución.

$$p = \{p_i \text{ para } i = 1..q\}$$

$$p_i = \frac{1}{n} * (p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{in})$$

Supóngase que de la evaluación de los tres resultados de aprendizaje se obtuvo la siguiente matriz para un grupo de tres estudiantes evaluados:

Qué es	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3
Comprensión	MA	MA	A
Conocimiento	MA	A	A
Aptitud	A	A	A

Q es el número de resultados de aprendizaje, 3, y n el número de estudiantes. Peso del criterio comprensión del problema:

$$p_i = \frac{1}{n} * (p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{in})$$

Peso del criterio conocimiento:

$$\frac{1}{3} * (8; 9; 10) + (6; 7; 8) + (6; 7; 8) = \frac{1}{3} * (20; 23; 26) = (6,66; 7,66; 8,66)$$



Peso del criterio aptitud:

$$\frac{1}{3} * (6; 7; 8) + (6; 7; 8) + (6; 7; 8) = \frac{1}{3} * (18; 21; 24) = (6; 7; 8)$$

Peso de los qué es:			
Qué es	Peso	Peso	Peso
Comprensión	7,3	8,3	9,3
Conocimiento	6,7	7,7	8,7
Aptitud	6	7	8

Matriz de relación entre los qué es y cómo:

Qué es	Cómo								
	Estudiante 1			Estudiante 2			Estudiante 3		
Comprensión	MA	MA	A	A	MA	A	A	MA	A
Conocimiento	MA	A	A	A	A	A	A	M	M
Aptitud	MA	M	M	MA	M	B	A	M	M

Estudiante 1:

Comprensión:

$$((8; 9; 10) + (8; 9; 10) + (6; 7; 8)) * \frac{1}{2} = (22; 25; 28) * \frac{1}{2} = (7,3; 8,3; 9,3)$$

Conocimiento:

$$((8; 9; 10) + (6; 7; 8) + (6; 7; 8)) * \frac{1}{3} = (20; 23; 26) * \frac{1}{3} = (6,7; 7,7; 8,7)$$

Aptitud:

$$((8; 9; 10) + (5; 6; 7) + (5; 6; 7)) * \frac{1}{3} = (18; 21; 24) * \frac{1}{3} = (6; 7; 8)$$

Se sumaron los vectores y se multiplicó por el escalar 1/q que corresponde a 1/3, dando el vector final de evaluación para el estudiante 1.

$$((7,3; 8,3; 9,3) + (6,7; 7,7; 8,7) + (6; 7; 8)) * \frac{1}{3} = (6,6; 7,5; 8,6)$$

El estudiante 1 obtuvo resultados de aprendizaje altos en comprensión y conocimiento y muy alto en aptitud.

Estudiante 2:

Comprensión:

$$\frac{1}{3} * ((6, 7, 8) + (8, 9, 10) + (6, 7, 8)) * \frac{1}{3} = (20, 24, 26) * \frac{1}{3} = (6,6; 8; 8,6)$$

Conocimiento:

$$((6, 7, 8) + (6, 7, 8) + (6, 7, 8)) * \frac{1}{3} = (18, 21, 24) * \frac{1}{3} = (6; 7; 8)$$

Aptitud:

$$((8, 9, 10) + (5, 6, 7) + (3, 4, 5)) * \frac{1}{3} = (16, 19, 22) * \frac{1}{3} = (5,3; 6,3; 7,3)$$

Se sumaron los vectores y se multiplicó por el escalar $1/q$ que corresponde a $1/3$, dando el vector final de evaluación para el estudiante 1.

$$(7,3; 8,3; 9,3) + (6,7; 7,7; 8,7) + (6; 7; 8) * 1/3 = (5,9; 7,6; 8,6)$$

El estudiante 2 obtuvo resultados de aprendizaje medio en comprensión, alto en conocimiento y muy alto en aptitud.

Estudiante 3:

Comprensión:

$$((6; 7; 8) + (8; 9; 10) + (6; 7; 8)) * \frac{1}{3} = (20; 23; 26) * \frac{1}{3} = (6,6; 7,6; 8,6)$$

Conocimiento:

$$((6; 7; 8) + (5; 6; 7) + (5; 6; 7)) * \frac{1}{3} = (16; 19; 22) * \frac{1}{3} = (5,3; 6,3; 7,3)$$

Aptitud:

$$((6; 7; 8) + (5; 6; 7) + (5; 6; 7)) * \frac{1}{3} = (16; 19; 22) * \frac{1}{3} = (5,3; 6,3; 7,3)$$

Se sumaron los vectores y se multiplicó por el escalar $1/q$ que corresponde a $1/3$, dando el vector final de evaluación para el estudiante 1.

$$((6,6; 5,3; 5,3) + (7,6; 6,3; 6,3) + (8,6; 7,3; 7,3)) * \frac{1}{3} = (2,8; 2,4; 2,4)$$

El estudiante 3 obtuvo resultados de aprendizaje bajos en comprensión, conocimiento y aptitud.

Discusión y conclusiones

La lógica difusa se caracteriza porque expresa proposiciones de orden cualitativo en escalas cuantitativas, tratados como objetos matemáticos que se operan con el álgebra matricial, de tal ma-

nera que la falta de precisión del léxico como logró o no logró, cumplió o no cumplió, realizó o no realizó pueden ser tratados como variabilidades que permiten tomar decisiones pedagógicas basado en la teoría de la probabilidad.

En la lógica formal las categorías de pertenencia son mutuamente excluyentes, el elemento x pertenece a una y solo una categoría, en la lógica difusa un elemento puede pertenecer a más de una categoría, obsérvese como la categoría Muy alto incluye los valores 8 a 10 y la categoría Alto incluye los valores 6 a 8, la calificación 8 está tanto en la categoría Muy alto como en la categoría Alto, he ahí la característica difusa del análisis, esta cualidad de la lógica difusa es un atributo de la inteligencia artificial y sus desarrollos.

En la aplicación que se realizó se encontró que aunque el campus, el material, los CIPAS, las reuniones virtuales sincrónicas y asincrónicas, el acompañamiento es el mismo para todos, no obstante, los estudiante 1 y 2 obtuvieron mejores resultados de aprendizaje que el estudiante 3, esto puede explicarse por situaciones extrínsecas del estudiante 3 como inadecuada conexión a internet, obsolescencia de los equipos de cómputo o no contar con los recursos de software necesarios o por factores intrínsecos como el número de horas que dedica al estudio de la matemática, la asistencia a las sesiones sincrónicas, el acompañamiento de los consejeros, en todo caso, el principal factor intrínseco que produce que un estudiante no obtenga el resultado de aprendizaje esperado es la falta de consagración y dedicación al estudio por parte del estudiante, no es el tutor, no es el director, ni los consejeros, ni la institución como tal.

Bibliografía

- Alfaro-Carvajal, C., Flores-Martínez, P., Valverde-Soto, G. (2022). Conocimiento de profesores de matemáticas en formación inicial sobre la demostración: aspectos lógico-matemáticos en la evaluación de argumentos. *Revista Uniciencias*, 36 (1), 140-164. https://www.scielo.sa.cr/pdf/uniciencia/v36n1/es_1011-0275-uniciencia-36-01-140.pdf
- Becerra, L., Malca, J., Maygualema, B. y Ramos, S. (2022). Calidad de la evaluación formativa para el aprendizaje de la matemática en virtualidad, Institución José Antonio Lizarzaburu. *Revista Chakíñan de Ciencias Sociales y Humanidades*, (17), 70-81. <https://doi.org/10.37135/chk.002.17.04>
- Capellán, D., Barroso, J. y Sampedro, B. (2022). Efectos de la agrupación multigrado y el tamaño del aula en los resultados de aprendizaje de estudiantes de educación primaria. Evidencia de escuelas multigrado del sistema educativo de la República Dominicana. *Estudios Sobre Educación*, 42, 241-262. <https://doi.org/10.15581/004.42.011>
- Upushima-Ochavano, D., Sánchez-Peña, H., Solís-Trujillo, B. (2022). Desarrollo de competencias matemáticas en tiempos de virtualidad. *Revista de investigación en ciencias de la educación Horizontes*, 6 (26), 1877-1888. <http://portal.amelica.org/ameli/journal/466/4663734026/4663734026.pdf>
- Lobo-Palacios, D. (2017). Introducción a la lógica difusa y sus aplicaciones. *TEMat*, 1, 53-67. <https://temat.es/articulo/2017-p53>
- Osorio, J. C. (2011). QFD difuso para la toma de decisiones multicriterio – ejemplo de aplicación. *Prospectiva*, 9(2), 22-29. <http://www.redalyc.org/pdf/4962/496250980004.pdf>
- Rodríguez, A. A. (2017). *OVI Unidad 1 - Sistemas Avanzados de Control*. [Objeto virtual de Información OVI]. Repositorio Institucional UNAD. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/12337>
- Zhang, Q. (2023). *Fuzzy-Logik als Alternative zu konventionellen Lösungsansätzen*. GRIN Verlag.